

文章编号: 1000-8055(2008)08-1486-04

应用非均匀 B 样条拟合涡轮发动机部件特性

隋岩峰¹, 张志强², 赵 军¹

- (1. 东北大学 信息科学与工程学院, 沈阳 110004;
2. 北京理工大学 机械与车辆工程学院, 北京 100081)

摘 要: 为了使气动热力模型更好的逼近涡轮发动机, 应用成熟的非均匀 B 样条来拟合部件特性. 这种方法既可以保证发动机计算的整体性能也大大提高了其局部特性的准确性. 单轴涡喷发动机的算例证明了方法的有效性.

关 键 词: 部件特性; 涡轮发动机; 非均匀 B 样条; 拟合

中图分类号: V233 7

文献标识码: A

Fitting of component characteristics of turbine engine based on non-uniform rational B-splines

SUI Yan feng¹, ZHANG Zhi qiang², ZHAO Jun¹

(1. School of Information Science and Engineering,
Northeast University, Shenyang 110004, China;

2. School of Mechanical and Vehicle Engineering,
Beijing Institute of Technology, Beijing 100081, China)

Abstract: Non-uniform rational B-splines (NURBS) was used to fit component characteristics of aerothermodynamic model for approaching turbine engine. This method ensures that the overall and local characteristics of the model can be improved greatly with NURBS. The validation of method is demonstrated by one spool turbojet engine.

Key words: component characteristics; turbine engine;
non-uniform rational B-splines; fitting

涡轮发动机非线性气动热力模型在发动机总体性能分析以及控制器设计中起到了不可或缺的作用. 发动机的非线性模型是由按发动机部件顺序, 逐一建立的气体流动方程、热力方程及发动机部件联合工作的共同工作方程构成. 构成涡轮发动机的各部件特性是非线性模型中最重要的部分. 然而主要部件压气机和涡轮的特性方程还难以找到解析关系式, 科研和生产上只能用平面曲线族的形式来描述. 在计算中只能将这些曲线族以离散点(或称节点)的形式进行处理. 对于节

点与节点间的特性, 只有依靠插值手段来求取. 在两个插值段的结合点处, 函数值往往是不连续. 这会给总体性能计算中的迭代过程带来数据的跳动, 甚至可能引起发散^[1].

文献[1]中也提出应用回归的方法对部件特性进行多项式拟合. 然而部件特性相对比较复杂, 在大范围里难以应用单一的多项式来表达. 由于部件特性为空间的曲面, 这非常适合非均匀 B 样条(NURBS)来描述. 由于 NURBS 既与 B 样条方法相统一, 又能精确的表示二次曲线曲面, 为所有的标准解析形状(初等曲线曲面)以及自由型曲线

收稿日期: 2007-08-01; 修订日期: 2007-10-29

基金项目: 东北大学博士后科研基金

作者简介: 隋岩峰(1976-): 男, 山东海阳人, 副教授, 博士, 主要从事动力系统建模与控制研究.

曲面的精确表示与设计提供了一个统一的数学公式. 目前, NURBS 已成为工业产品几何定义的 STEP 标准^[2]. 所以本文提出应用 NURBS 来拟合涡轮增压发动机特性, 从而使部件特性具有统一的表达方式.

1 部件特性的非均匀 B 样条表示

涡轮增压机的部件特性方程一般形式为

$$y = f(x_1, x_2) \tag{1}$$

这里的 x_1 和 x_2 表示相应转速和流量, y 表示部件的效率、压比等, f 表示对应的函数关系.

1.1 非均匀 B 样条的基本表达

将 NURBS 曲面可以表示成有理基函数

$$s(u, v) = \frac{\sum_{i=0}^m \sum_{j=0}^n W_{ij} P_{i,j} N_{i,k}(u) N_{j,l}(v)}{\sum_{i=0}^m \sum_{j=0}^n W_{ij} N_{i,k}(u) N_{j,l}(v)} \tag{2}$$

上式中 $P_{i,j}$ 为控制顶点, $N_{i,k}(u)$, $N_{j,l}(v)$ 分别为 u , v 方向的 k 次和 l 次 B 样条基函数, $W_{i,j}$ 为权因子. 权因子的加入虽然可以增加对曲面的局部控制能力, 但权因子的选取缺乏明显的几何意义. 为了简化计算将权值赋 1, 使式(2) 中的分母为 1, 消除有理式. 此时 NURBS 曲面为

$$s(u, v) = \sum_{i=0}^m \sum_{j=0}^n P_{i,j} N_{i,k}(u) N_{j,l}(v) \tag{3}$$

对曲线的 u , v 方向的次数选取从使用和表示的效果两方面考虑, 取 $k = l = 3$, 即工程中常用的三次曲面. 曲面上 u , v 方向的节点序列的确定中, 使每一序列的前端和后端的重复度为 3, 保证曲面的边缘控制点和型值点融合. 中间内节点的选取上考虑数据点分布不均匀, 采用累计弦长法. 这样节点矢量为

$$U = \{u_0 = \dots = u_k, u_{k+1}, \dots, u_m, u_{m+1} = \dots = u_{m+l+1}\}$$

$$V = \{v_0 = \dots = v_l, v_{l+1}, \dots, v_n, v_{n+1} = \dots = v_{n+l+1}\}$$

1.2 非均匀 B 样条部件特性的特点

定义了节点矢量和控制顶点后, 根据选择的非均匀 B 样条的阶次, 就可以根据 B 样条的定义对曲面进行计算^[3]. 由于计算点 (u, v) 在其所属区域外 B 样条为 0, 所以其区域内的控制点移动不会影响其它区域的计算. 这样可以通过移动控制点来修改部件局部特性. 而且 B 样条表示的曲线具有良好的连续性和可微性.

发动机部件特性的自变量并非在矩形区域中, 所以可以自由定义控制点的非均匀 B 样条方

法很适合部件特性的表述. 由于 (u, v) 并非空间的真实坐标, 非均匀 B 样条表示的部件特性为

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ y \end{bmatrix} = s_f(u, v) \tag{4}$$

这里的 s_f 表示 f 函数关系的非均匀 B 样条表示. 可见, 为了得到如式(1) 所示的部件特性需要找出 (u, v) 和 (x_1, x_2) 之间的关系, 或者也可以通过迭代的数值计算进行获取.

2 涡轮增压发动机部件特性拟合

文献[4] 给出了非均匀 B 样条曲线曲面拟合型值点的迭代算法, 对收敛性也作了严格证明. 文献[2] 是对文献[4] 在算法上的推广, 构造了适合于 NURBS 拟合的迭代算法, 并给出了收敛性证明. 本文参照这两篇文献的方法, 以 3 次 NURBS 曲面对部件特性进行拟合.

2.1 节点向量的求取

由于我们的权因子都取为 1, 针对部件特性中给定的数据点阵 $Q_{i,j}$, $i = 1, 2, \dots, m; j = 1, 2, \dots, n$. 首先对数据点参数化, 得到节点矢量

$$\begin{cases} u_i = u_{i-1} + \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n \frac{|Q_{i-3,j} - Q_{i-4,j}|}{\sum_{s=1}^{m-1} |Q_{s+1,j} - Q_{s,j}|}, \\ i = 5, \dots, m+3 \\ u_1 = u_2 = u_3 = u_4 = 0 \\ u_{m+3} = u_{m+4} = u_{m+5} = u_{m+6} = 1 \end{cases} \tag{5}$$

$$\begin{cases} v_j = v_{j-1} + \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \frac{|Q_{i,j-3} - Q_{i,j-4}|}{\sum_{s=1}^{n-1} |Q_{i,s+1} - Q_{i,s}|}, \\ j = 5, \dots, n+3 \\ v_1 = v_2 = v_3 = v_4 = 0 \\ v_{n+3} = v_{n+4} = v_{n+5} = v_{n+6} = 1 \end{cases} \tag{6}$$

2.2 部件特性的迭代算法

令 $Q_{i,j}^0 = Q_{i,j}$, 于是可以构造如下的迭代算法

$$\begin{cases} \{Q_{0,l}^k = Q_{1,l}^k\}_{l=1}^n, \{Q_{h,0}^k = Q_{h,1}^k\}_{h=1}^m \\ \{Q_{m+1,l}^k = Q_{m,l}^k\}_{l=1}^n, \{Q_{h,n+1}^k = Q_{h,n}^k\}_{h=1}^m \\ r^i(u_{i+3}, v_{j+3}) = \sum_{h=0}^{m+1} \sum_{l=0}^{n+1} Q_{h,l}^k N_{h,3}(u_{i+3}) N_{l,3}(v_{j+3}) \\ \Delta_{i,j}^k = Q_{i,j} - r^k(u_{i+3}, v_{j+3}) \\ Q_{i,j}^{k+1} = Q_{i,j}^k + \Delta_{i,j}^k \\ i = 1, 2, \dots, m; j = 1, 2, \dots, n; k = 0, 1, \dots \end{cases} \tag{7}$$

经过 $k+1$ 次迭代后可得到齐次 NURBS 曲面

$$r^{k+1}(u, v) = \sum_{i=0}^{m+1} \sum_{j=0}^{n+1} Q_{ij}^{k+1} N_{i,3}(u) N_{j,3}(v)$$

$$(u, v) \in [u_4, u_{m+3}] \times [v_4, v_{n+3}] \quad (8)$$

可以定义迭代次数来完成 NURBS 的拟合, 也可以通过判断曲面与数据点阵的误差来控制迭代计算的次数.

3 涡轮发动机非线性模型算例

以某单轴涡喷发动机为例对上述方法进行验证.

3.1 部件特性的拟合

根据 2 中的方法, 分别对单轴涡喷发动机的压气机特性和涡轮特性进行拟合. 由于在部件特性中相同折合转速中对应的特性点数可能不同, 这需要补足点数才能进行拟合. 可以通过重复边界点的方法来补足不同折合转速对应的数据点阵, 对于 NURBS 来说这只是一种表述方式不会带来误差. 在拟合迭代的过程中, 当数据点阵与曲面误差小于给定阈值时退出计算.

压气机以换算空气流量和标么化换算转速为自变量, 输出为压比和效率. 图 1 和图 2 分别为 NURBS 表示的压气机特性的压比曲面和效率曲面.

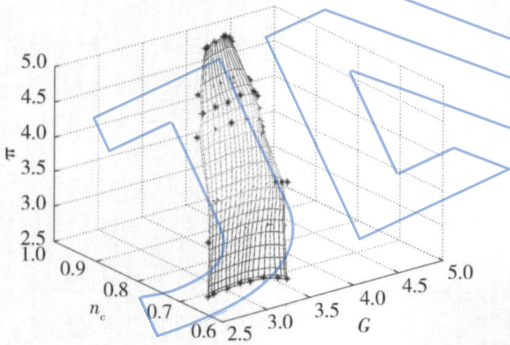


图 1 压气机压比曲面
Fig. 1 Compressor pressure ratio

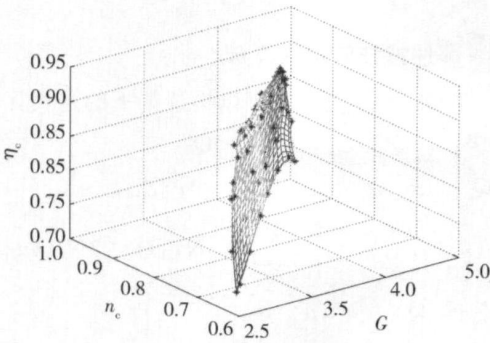


图 2 压气机效率曲面
Fig. 2 Compressor efficiency

涡轮特性以折合流量和折合转速为自变量, 输出为功函数和效率. 图 3 和图 4 分别为 NURBS 表示的涡轮特性的效率曲面和功函数曲面.

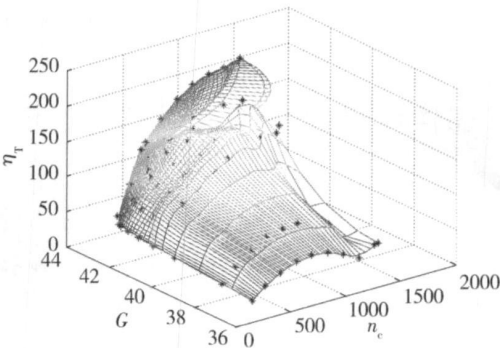


图 3 涡轮效率曲面
Fig. 3 Turbine efficiency

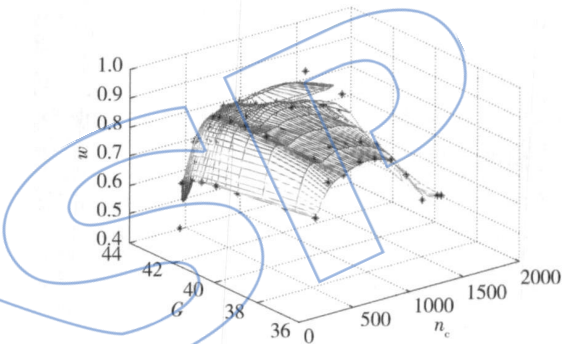


图 4 涡轮功函数曲面
Fig. 4 Turbine work function

3.2 涡轮发动机性能计算

通过 NURBS 拟合得到的发动机部件特性放入发动机非线性模型中, 根据文献[5]给出的方法分别对比 NURBS 拟合部件和线性插值部件的发动机静态曲线, 以及根据小偏差线性化方法得到的稳态点上的动态参数.

在标准大气状况下, 此单轴涡喷发动机的非线性方程可以表示为

$$n = g(n, q_{mf}) \quad (9)$$

这里 n 表示转子转速, q_{mf} 表示燃油流量. 存在转速和燃油流量之间的静态对应关系. 图 5 为两种方法的静特性对比, 可见从发动机整体特性来说计算的差别不大.

在给定的稳态点上, 对应的转速 n 的小偏差线性化模型为

$$n = \frac{\partial g}{\partial n} \Delta n + \frac{\partial g}{\partial q_{mf}} \Delta q_{mf} \quad (10)$$

可以表示为传递函数表示的基本发动机动态方程

$$\frac{N(s)}{Q_{mf}(s)} = \frac{K_{\tau}}{T_{\tau}s + 1} \tag{11}$$

这里, $K_{\tau} = -\frac{\partial g/\partial q_{mf}}{\partial g/\partial n}$, $T_{\tau} = -\frac{1}{\partial g/\partial n}$.

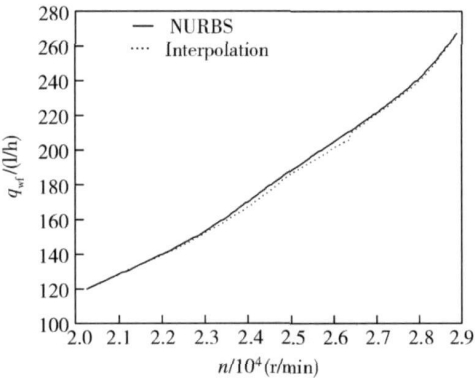


图 5 单轴涡喷发动机静特性曲线

Fig. 5 Static characteristics of one-spool turbojet engine

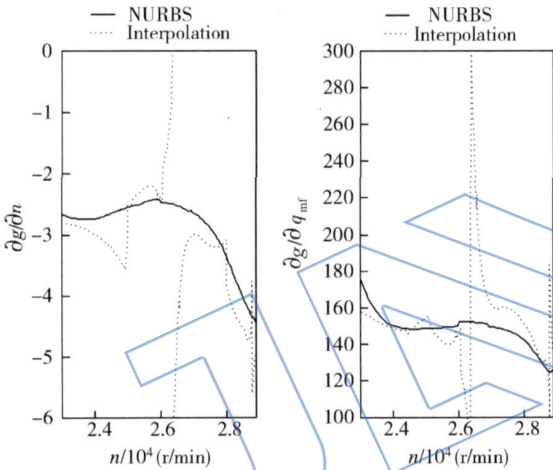


图 6 单轴涡喷发动机动态参数

Fig. 6 Dynamic parameters of one-spool turbojet engine

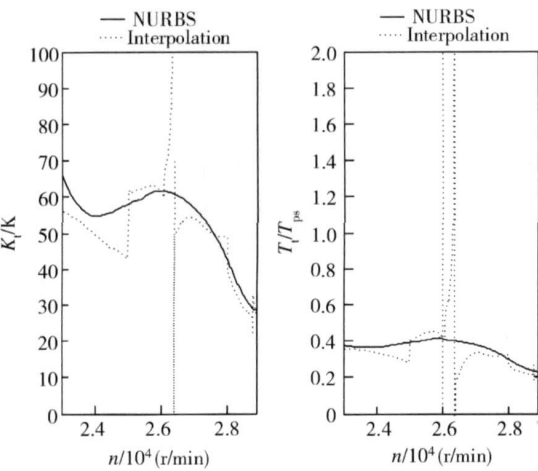


图 7 发动机传递函数参数

Fig. 7 Parameters of transform function for engine

图 6 为稳态点上的动态参数对比, 图 7 为传递函数的参数对比. 可以看出 NURBS 方法构造的部件特性具有良好的局部特性, 图中的参数基本反映插值方法计算的参数趋势.

插值方法由于不能保证曲面的局部平滑特性, 在稳态点上的动态参数计算中会有巨大的波动, 难以反映发动机的实际特性.

4 结 论

本文利用图形领域成熟的 NURBS 拟合曲面的方法来拟合涡轮发动机的部件特性. 通过与传统的插值方法比较可以看出, 这种方法构造的部件特性具有良好的局部特性, 也可以很好地反映发动机的整体特性. 而且由于 NURBS 具有标准的计算方法, 非常易于部件特性的拟合和计算.

由于部件特性的物理参数不能直接作为 NURBS 曲面的输入, 对整机参数进行计算时会增加待定参数的数量, 所以相对插值的方法来说迭代时 NURBS 计算量会大一些. 相关简化方法有必要进一步进行研究.

参考文献:

[1] 翁史烈. 燃气轮机性能分析[M]. 上海: 上海交通大学出版社, 1987.

[2] 史利民, 王仁宏. NURBS 曲线曲面拟合数据点的迭代算法[J]. 数学研究与评论, 2006, 26(4): 735-743.
SHI Limin, WANG Renhong. Iterative arithmetic of NURBS curve and surface fitting points[J]. Journal of Mathematical Research and Exposition, 2006, 26(4): 735-743. (in Chinese)

[3] 王仁宏. 数值逼近[M]. 北京: 高等教育出版社, 1999.

[4] 蔺宏伟, 王国瑾, 董辰世. 用迭代非均匀 B-spline 曲线(曲面) 拟合给定点集[J]. 中国科学(E 辑), 2003, 33(10): 912-923.
LIN Hongwei, WANG Guojin, DONG Chenshi. Iterative NURBS curve(surface) fitting assigned points set[J]. Science in China(Series E), 2003, 33(10): 912-923. (in Chinese)

[5] 樊思齐, 徐芸华. 航空推进系统控制[M]. 西安: 西北工业大学出版社, 1995.